Eine kurze Geschichte der Kanalmodelle des symmetrischen Binärkanals mit Gedächtnis

vom Gilbert-Modell zum A-Modell zur Berechnung von Fehlerstrukturen mit variablen Parametern, damit sie nicht aus Messungen sortiert werden müssen.

Geeignet für die Bewertung von Prozeduren und Codes ohne Simulation und Feldversuch!

Bei der Übertragung von Daten treten trotz Codierung unerkannte Fehler auf. Übertragungsprozeduren verlassen plötzlich den regulären Ablauf, sie können sich sogar blockieren. Die heute standardisierten Verfahren (Internet, Mobilfunk) wurden empirisch in etwa optimiert und erfüllen grundsätzlich die Anforderungen an die Übertragung der Daten.

Die Signalverzerrungen und Verfälschungen werden aktuell in vielen wissenschaftlichen Arbeiten modelliert und untersucht mit dem Ergebnis, dass einerseits die Modulationsverfahren optimiert werden konnten, anderseits aber die zeitliche Reihenfolge der am digitalen Ausgang stochastisch auftretenden Bitfehler unklar bleibt.

Vor 50 Jahren veröffentlichte der „Urvater" der Kanalmodelle **Gilbert, E.N.: Capacity of a Burst-Noise Channel; B.S.T.J 39(1960/II), H. 9 S 1253-1265** ein einfaches Modell des symmetrischen Binärkanals mit Gedächtnis:

- das Gedächtnis reicht nur bis zum letzten Bitfehler
- die aufeinanderfolgenden fehlerfreien Lücken sind unabhängig
- Die Verteilung u(k)der Lückenlänge k ist vom Modell vorgegeben, d.h. die Wahrscheinlichkeit, dass die nächste Lücke >k bit ist:

$$u(k) = AJ^k + (1-A)L^k$$ mit den Parametern A, J und L

Danach stellten viele Autoren fest, dass diese Verteilung Messergebnissen widerspricht,
(Gilbert hatte nur bis zur Länge von 40 bit gerechnet), woraufhin sie ihre Verteilungen mit anderen Formeln approximiert haben (Merz, Berger, ZNIIS Moskau, Abramenko, Dombrowski, Müller, Swoboda, Berger u. a).

Nun wurde noch festgestellt, dass das Kanalgedächtnis über den letzten Bitfehler hinaus reicht. Das führte zur Modellklasse der hidden markow models HMM.

Der Klassiker William Turin vollendet dazu die Theorie im Jahr 1999 in seinem Buch **Performance analysis and modelling of digital transmission systems, ISBN 0-306-48191-X (Kluwer Academy/Plenum Publishers N.J 2004**).
Das Dilemma war perfekt, denn man konnte aus diesen Verteilungsfunktionen die Wahrscheinlichkeiten für Summen von Ereignissen, die für die Bewertung von Codierungen und Prozeduren erforderlich sind, nicht oder nur aufwendig berechnen, z. B:

- Anzahl der Fehler g in Fehlerbündeln(Bursts) der Länge l
- wobei ein Burst beendet ist, wenn mindestens a fehlerfreie Schritte folgen;
- Anzahl der Fehler g in Blöcken der Länge n,
- Anzahl der Bursts der Länge l mit g Fehlern in Böcken der Länge n
- Anzahl gestörter Blöcke der Länge n ,
- Burstgewichtsverteilung, Burstlängenverteilung
- usw.

Warum ist diese Problematik heute noch aktuell ?

Erstaunlicherweise werden in aktuelleren Arbeiten im Ansatz meist die historischen Modelle genutzt, weil den Autoren Messergebnisse von Fehlerstrukturen nicht verfügbar sind. Damit ist das obige Dilemma noch aktuell. Jedoch gibt es aus Messungen konstruierte hidden markow models , alle ohne handhabbare Formeln für obige Summen von Ereignissen.
Jedoch kann man gemessene Fehlerfolgen sortieren und damit die Häufigkeiten von Ereignissen listen, mit Vertrauensintervall wegen Endlichkeit der jeweiligen Messprobe.

Wie kann man Eigenschaften von Codes und Prozeduren vergleichen ?

Mit einem beliebigen Stab ohne Skala kann man ermitteln, welcher Baumstamm länger ist. Mit einem Kanalmodell mit handhabbaren Formeln für obige Summen von Ereignissen ist der Vergleich von Codes bzw. Prozeduren reproduzierbar möglich, wenn das Modell aus realen Messungen konstruiert wurde.

Das A-Modell (Abstandsmodell) , das L-Modell (Lückenmodell)

Aus jahrelange Messungen von Fehlerstrukturen (Folgen gestörter Bit) in der Zentralstelle für Nachrichtennetze (ZFN , Königs Wusterhausen) von 1965-1986 auf Kanälen von 200bit/s bis 2.048 Mbit/s und deren statistische Auswertung wurde in mehreren wissenschaftlichen Arbeiten empirisch folgendes belegt sowie von anderen Autoren bestätigt:

Die Blockfehlerwahrscheinlichkeit $p_b(n)$ als Funktion der Blocklänge n

ist bei doppeltlogarithmischer Darstellung im Anfangsteil für $n \leq n_o$

linear: $\log\left[p_b(n)\right] = \log p_e + \alpha \log n$

Daraus folgt: $p_b(n) = p_e n^\alpha$ für $n < n^*$ mit $0,5 < \alpha < 0,95$

Das führt dann erstmals zu einem vollständigen Satz Erzeugender Funktionen für die o. g. Fehlerstrukturen als Summen von Ereignissen mit den zwei Parametern Bitfehlerwahrscheinlichkeit p_e und Bündelungsfaktor α .

Variiert man diese Parameter, kann man den Einfluss von Störungen, Fading und Rauschen auf die Fehlerstrukturen simulieren. Feldversuche sind erst abschließend notwendig.

In Auszügen aus dem Buch „Datenübertragung“, Hrsg. Claus Wilhelm, Militärverlag 1976 werden für diese Modelle die Formeln für o. g. Summen von Ereignissen hergeleitet, angewandt und in dieser Homepage mit Beispielen schrittweise publiziert.